Dobble!

Colin PETITJEAN

Laboratoire de Mathématiques de Besançon
Vendredi 7 juin 2019

laboratoire de mathématiques de besançon
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ • CNRS • UMR 6623

UBFC
UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ

1 Présentation du jeu

2 Quelques règles fondamentales

3 Deux symboles par cartes

4 Trois symboles par cartes

5 Géométrie finie et géométrie projective

6 Quatre symboles par cartes

7 Jusqu'au vrai Dobble

Règles du jeu

Dobble est un jeu de société apparu en 2009.

Règles du jeu

Dobble est un jeu de société apparu en 2009.

Il est la copie conforme d'un jeu appelé **Duomix** édité en 1994 ou encore **Jeu des insectes** paru en 1974.

Règles du jeu

Dobble est un jeu de société apparu en 2009.

Il est la copie conforme d'un jeu appelé **Duomix** édité en 1994 ou encore **Jeu des insectes** paru en 1974.

- 55 cartes
- 8 symboles différents sur chaque carte
- Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun

Essayez de trouver les symboles communs sur les cartes suivantes :

Essayez de trouver les symboles communs sur les cartes suivantes :

A vous de jouer !

1. **Mini-jeu 1 : Découverte.**

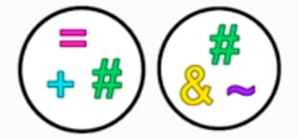
A vous de jouer !

1. Mini-jeu 1 : Découverte.
2. Mini-jeu 2 : Le puit.

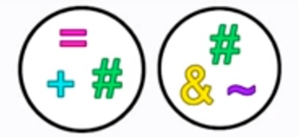
1. Présentation du jeu
2. **Quelques règles fondamentales**
3. Deux symboles par cartes
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. Quatre symboles par cartes
7. Jusqu'au vrai Dobble

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

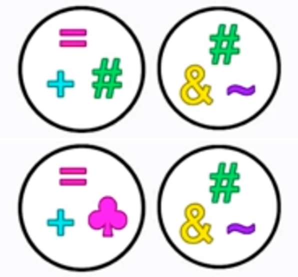
Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.



Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

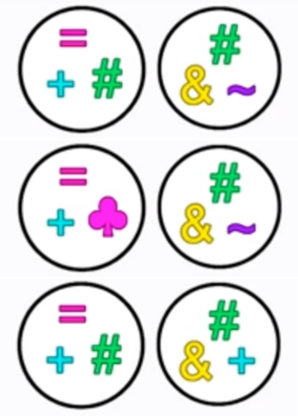


Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

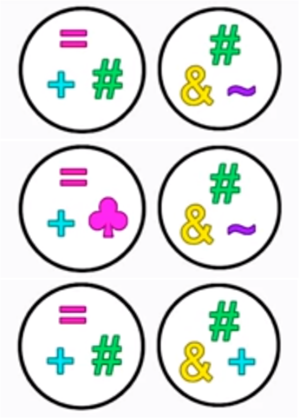


Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.



Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.



Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.





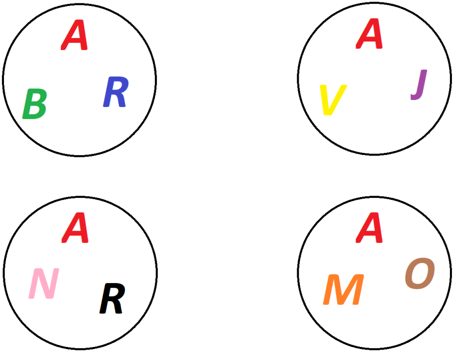
Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

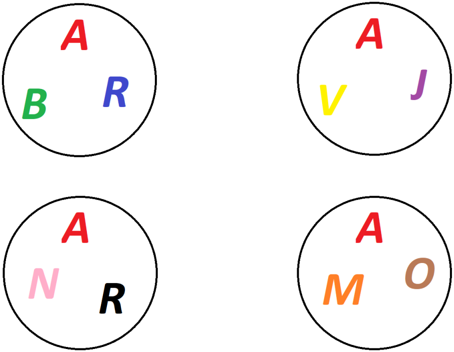
Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Exemple :



Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Exemple :



⟶ **Jeu vraiment pas intéressant...**

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

$\longrightarrow$ **Le jeu fonctionne !**

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

$\longrightarrow$ **Le jeu fonctionne !**

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.
Exemple : 8 symbole par carte pour un Dobble classique.

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

$\longrightarrow$ **Le jeu fonctionne !**

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.
Exemple : 8 symbole par carte pour un Dobble classique.

$\longrightarrow$ **Tout le monde à la même chance de gagner !**

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

$\longrightarrow$ **Le jeu fonctionne !**

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles. Exemple : 8 symbole par carte pour un Dobble classique.

$\longrightarrow$ **Tout le monde à la même chance de gagner !**

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Pour construire un jeu de Dobble, il faut respecter les trois règles suivantes :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un et un seul symbole commun.

$\longrightarrow$ **Le jeu fonctionne !**

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.
Exemple : 8 symbole par carte pour un Dobble classique.

$\longrightarrow$ **Tout le monde à la même chance de gagner !**

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

$\longrightarrow$ **Un jeu « non trivial »**.

1. Présentation du jeu
2. Quelques règles fondamentales
3. **Deux symboles par cartes**
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. Quatre symboles par cartes
7. Jusqu'au vrai Dobble

Deux symboles par cartes

Trois règles à respecter :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Deux symboles par cartes

Trois règles à respecter :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Essayez de construire un jeu de Dobble avec 2 symboles par cartes et un maximum de cartes différentes.

Deux symboles par cartes

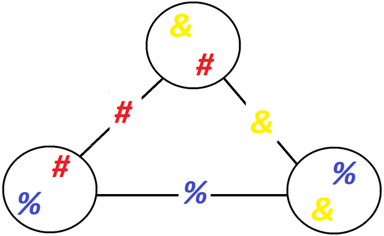
Trois règles à respecter :

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Essayez de construire un jeu de Dobble avec 2 symboles par cartes et un maximum de cartes différentes.



Bilan :

- **2 symboles par cartes**
- **3 Cartes** différentes
- 3 Symboles différents

1. Présentation du jeu
2. Quelques règles fondamentales
3. Deux symboles par cartes
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. Quatre symboles par cartes
7. Jusqu'au vrai Dobble

Trois symboles par cartes

Essayez de construire un jeu de Dobble avec 3 symboles par cartes et un maximum de cartes différentes.

Rappel : Trois règles à respecter,

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

Trois symboles par cartes

Essayez de construire un jeu de Dobble avec 3 symboles par cartes et un maximum de cartes différentes.

Rappel : Trois règles à respecter,

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

- Je prétends qu'il est possible de créer un jeu de Dobble de **7 cartes** avec en tout **7 symboles** et **3 symboles par cartes** (on ne peut pas faire mieux).

Trois symboles par cartes

Essayez de construire un jeu de Dobble avec 3 symboles par cartes et un maximum de cartes différentes.

Rappel : Trois règles à respecter,

Règle 1 : Deux cartes possèdent toujours un unique symbole commun.

Règle 2 : Toutes les cartes possèdent le même nombre de symboles.

Règle 3 : Il n'y a pas un symbole commun à toutes les cartes.

- Je prétends qu'il est possible de créer un jeu de Dobble de **7 cartes** avec en tout **7 symboles** et **3 symboles par cartes** (on ne peut pas faire mieux).
- En fait il existe une méthode efficace pour construire ces jeux. Tout découle d'une analogie avec la géométrie.

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

Du coup, on a envie de faire le rapprochement :

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

Du coup, on a envie de faire le rapprochement :

"carte = point du plan" et "symbole = droite".

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

Du coup, on a envie de faire le rapprochement :

"carte = point du plan" et "symbole = droite".

Par exemple avec deux
symboles par cartes :

La règle fondamentale qui régit les cartes du Dobble est

Deux cartes possèdent toujours un seul symbole en commun.

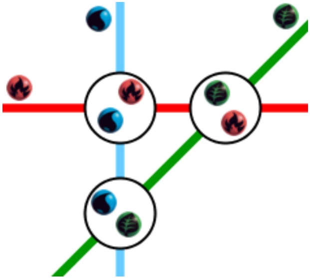
Ce qui rappelle forcément un des principes de base de la géométrie :

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

Du coup, on a envie de faire le rapprochement :

"carte = point du plan" et "symbole = droite".

Par exemple avec deux symboles par cartes :



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

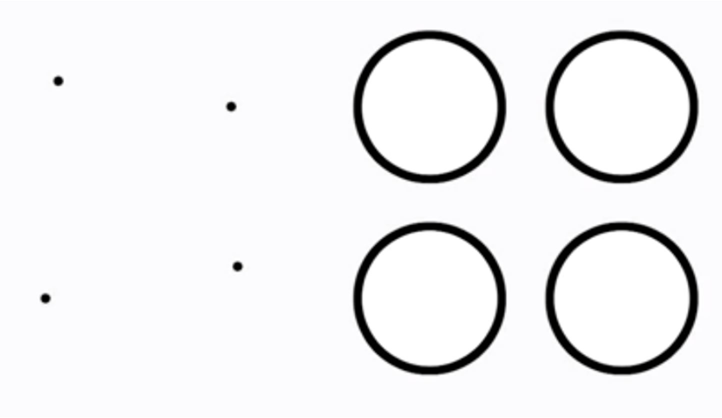
Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

"carte = point du plan" et "symbole = droite".

Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

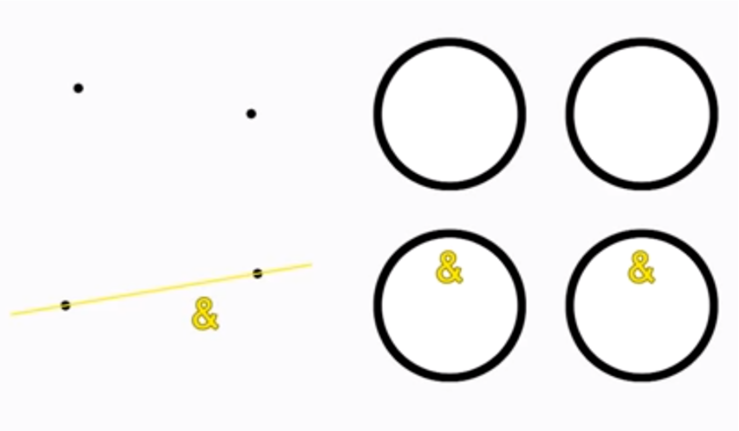
"carte = point du plan" et "symbole = droite".



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

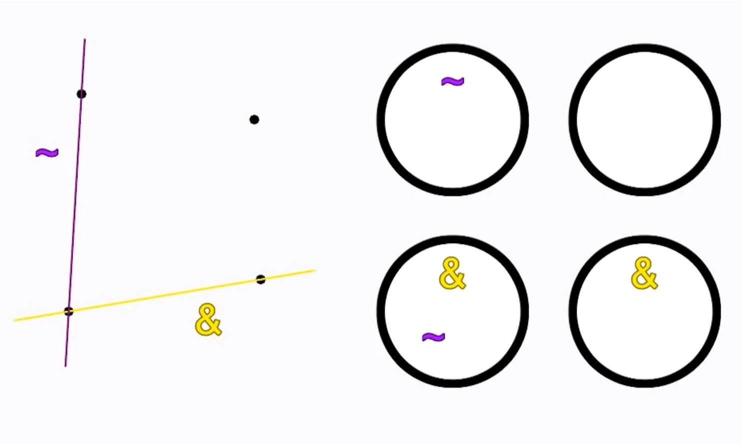
"carte = point du plan" et "symbole = droite".



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

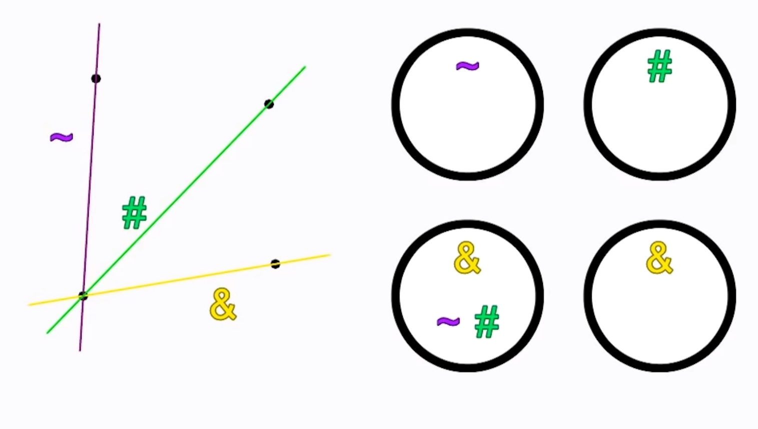
"carte = point du plan" **et** **"symbole = droite".**



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

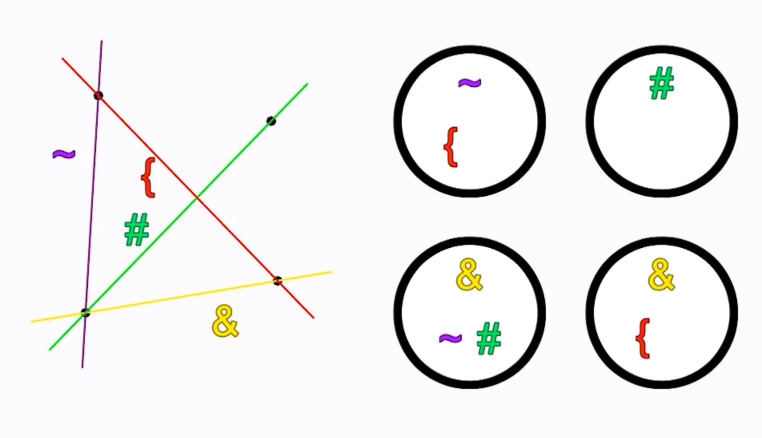
"carte = point du plan" et "symbole = droite".



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

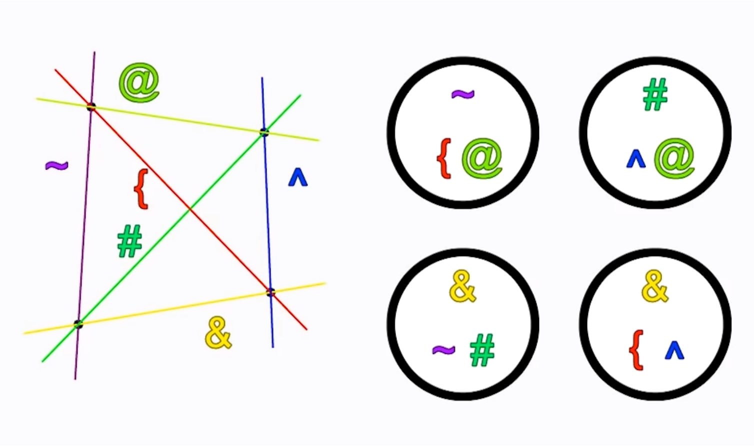
"carte = point du plan" et "symbole = droite".



Retour sur le cas à 3 symboles par cartes.

Essayez de reproduire l'analogie géométrique cette fois ci avec quatre points du plan. N'oubliez pas :

"carte = point du plan" et "symbole = droite".



Un autre exemple :

Un autre exemple :

- Avec cette méthode on a réussi à créer **4 cartes** différentes avec **3 symboles par cartes.** J'ai affirmé que l'on peut en créer 3 de plus, ce n'est donc pas optimal...

Un autre exemple :

- Avec cette méthode on a réussi à créer **4 cartes** différentes avec **3 symboles par cartes.** J'ai affirmé que l'on peut en créer 3 de plus, ce n'est donc pas optimal...
- Il faut donc réussir à rajouter des points et des droites **sans changer le nombre de symboles par cartes.**

Un autre exemple :

- Avec cette méthode on a réussi à créer **4 cartes** différentes avec **3 symboles par cartes.** J'ai affirmé que l'on peut en créer 3 de plus, ce n'est donc pas optimal...
- Il faut donc réussir à rajouter des points et des droites **sans changer le nombre de symboles par cartes.**

  Essayez !

Un autre exemple :

- Avec cette méthode on a réussi à créer **4 cartes** différentes avec **3 symboles par cartes.** J'ai affirmé que l'on peut en créer 3 de plus, ce n'est donc pas optimal...
- Il faut donc réussir à rajouter des points et des droites **sans changer le nombre de symboles par cartes.**

  Essayez !
- Dans le géométrie classique dite euclidienne, ce n'est pas possible.

Un autre exemple :

- Avec cette méthode on a réussi à créer **4 cartes** différentes avec **3 symboles par cartes.** J'ai affirmé que l'on peut en créer 3 de plus, ce n'est donc pas optimal...
- Il faut donc réussir à rajouter des points et des droites **sans changer le nombre de symboles par cartes.**

  Essayez !
- Dans le géométrie classique dite euclidienne, ce n'est pas possible.

  C'est pourquoi nous allons changer de géométrie !

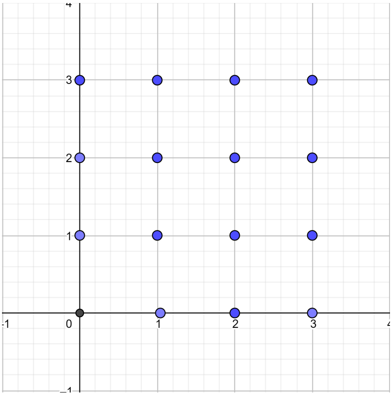
1. Présentation du jeu
2. Quelques règles fondamentales
3. Deux symboles par cartes
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. Quatre symboles par cartes
7. Jusqu'au vrai Dobble

Géométrie finie ou périodique

On considère une grille finie, par exemple comme ci-dessous :

Géométrie finie ou périodique

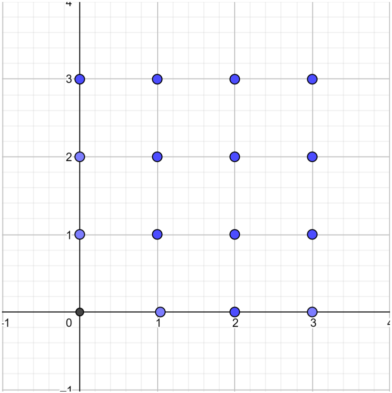
On considère une grille finie, par exemple comme ci-dessous :



Notre ensemble n'est plus le plan tout entier, mais seulement un **nombre fini de points.**

Géométrie finie ou périodique

On considère une grille finie, par exemple comme ci-dessous :

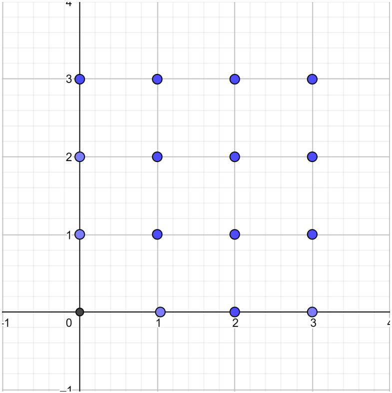


Notre ensemble n'est plus le plan tout entier, mais seulement un **nombre fini de points.**

On va maintenant apprendre à se déplacer sur cette grille et à définir des droites.

Géométrie finie ou périodique

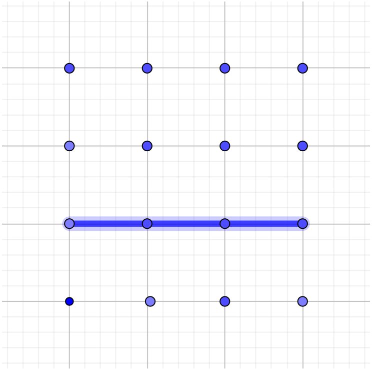
On considère une grille finie, par exemple comme ci-dessous :

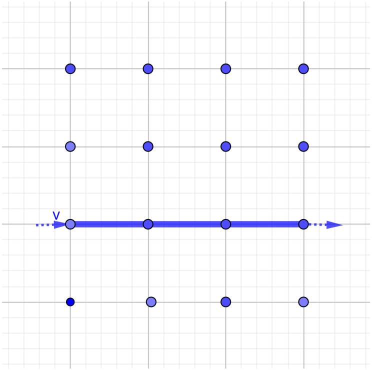


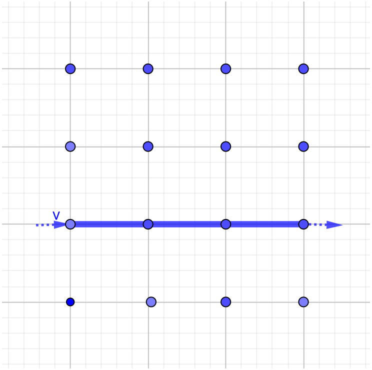
Notre ensemble n'est plus le plan tout entier, mais seulement un **nombre fini de points.**

On va maintenant apprendre à se déplacer sur cette grille et à définir des droites.

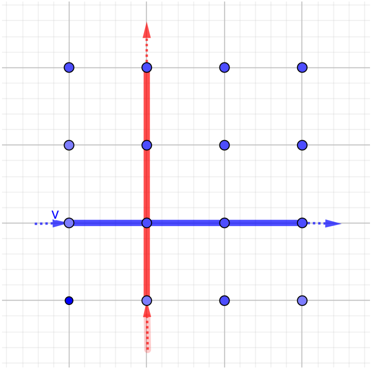
En fait, on se déplace exactement comme dans le jeu : *"Snake"*.

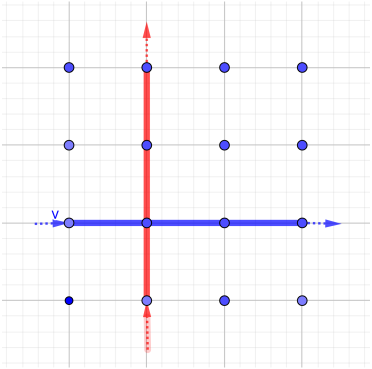



v

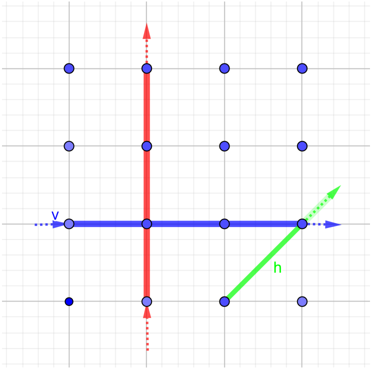


Point de départ : $(0, 1)$
Déplacement : "$\longrightarrow$"

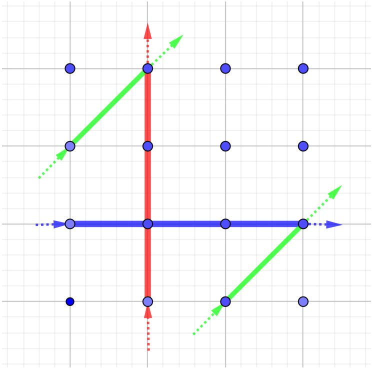

v



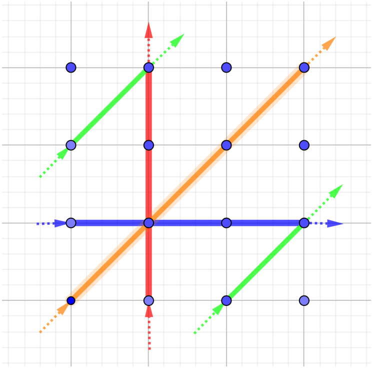
Point de départ : $(1, 0)$
Déplacement : "$\uparrow$"

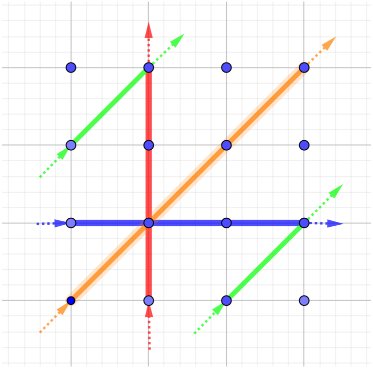


Point de départ : $(2, 0)$
Déplacement : "$\longrightarrow\uparrow$"



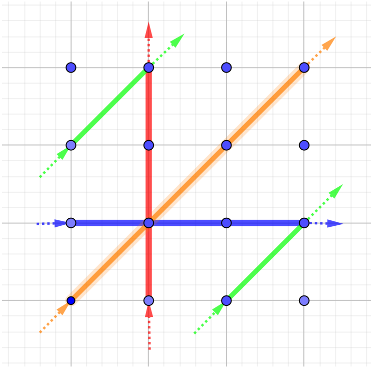
Point de départ : $(2, 0)$
Déplacement : "$\longrightarrow\uparrow$"





Point de départ : $(0, 0)$
Déplacement : "$\longrightarrow\uparrow$"

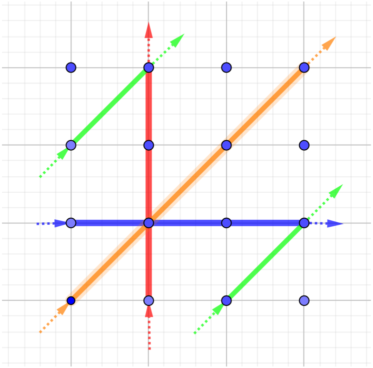
Remarque : La droite rouge intersecte la droite bleu en un unique point, et les droites vertes et orange ne s'intersectent pas (elles sont parallèles).



Point de départ : $(0,0)$
Déplacement : "$\longrightarrow\uparrow$"

Remarque : La droite rouge intersecte la droite bleu en un unique point, et les droites vertes et orange ne s'intersectent pas (elles sont parallèles).

Attention : Il faut se méfier des dessins dans cette géométrie...



Point de départ : $(0,0)$
Déplacement : "$\longrightarrow\uparrow$"

Remarque : La droite rouge intersecte la droite bleu en un unique point, et les droites vertes et orange ne s'intersectent pas (elles sont parallèles).

Attention : Il faut se méfier des dessins dans cette géométrie...
Essayez "$\longrightarrow$" et "$\longrightarrow\uparrow\uparrow$" en partant d'un même point.

Bilan : Bon, on sait tracer des droites en géométrie périodique... Mais à quoi cela sert dans notre problème ?

Bilan : Bon, on sait tracer des droites en géométrie périodique... Mais à quoi cela sert dans notre problème ?

C'est ici que la géométrie projective fait son entrée.

Bilan : Bon, on sait tracer des droites en géométrie périodique... Mais à quoi cela sert dans notre problème ?

C'est ici que la géométrie projective fait son entrée.

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

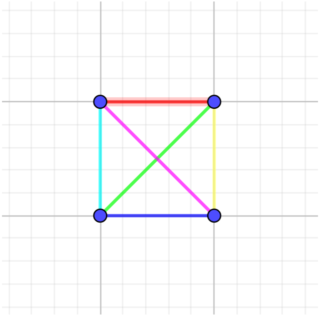
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

Retour au cas à trois symboles par cartes

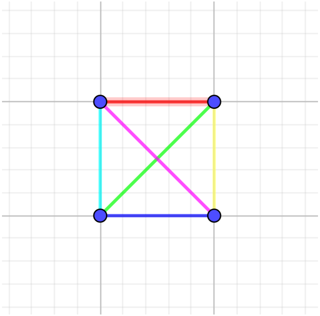
Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

$\Longrightarrow$



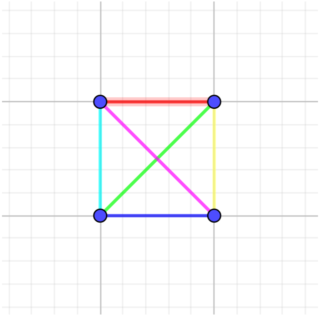
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

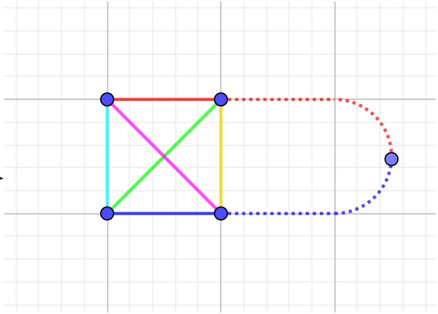


Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

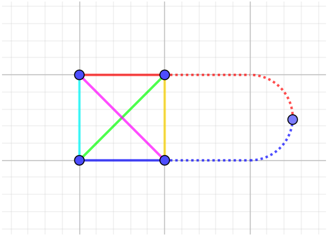


$\Longrightarrow$



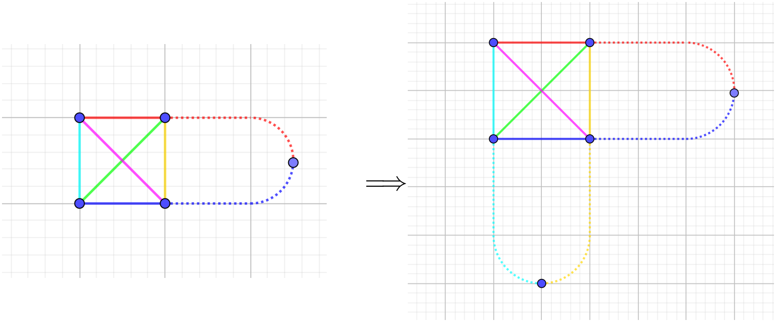
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.



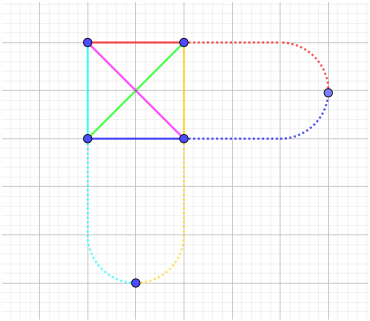
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.



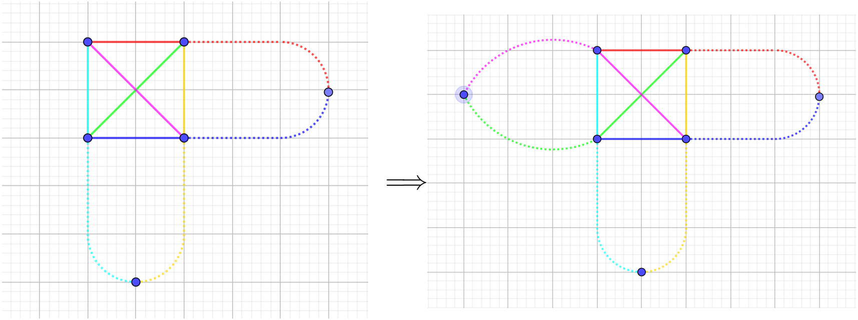
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.



Retour au cas à trois symboles par cartes

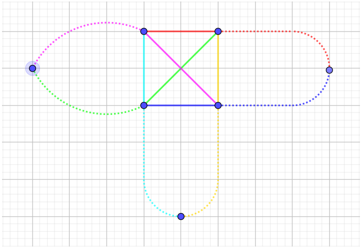
Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.



Remarque : Eh oui ! Les droites verte et rose sont parallèles dans notre géométrie périodique.

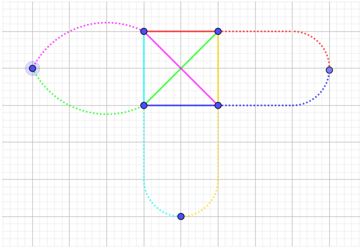
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

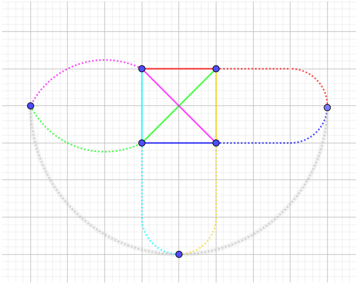


Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

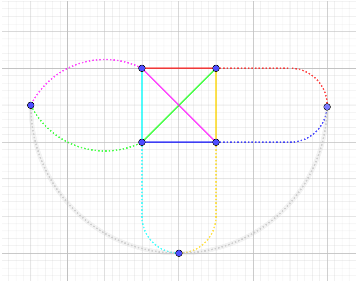


$\Longrightarrow$



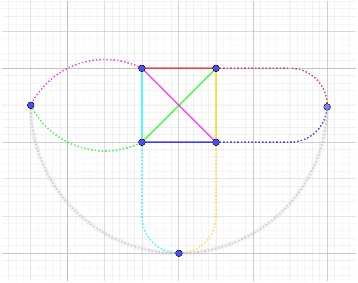
Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

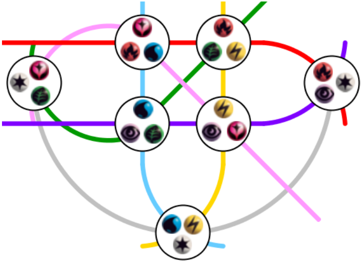


Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.

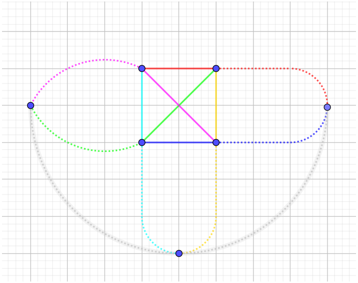


$\Longrightarrow$

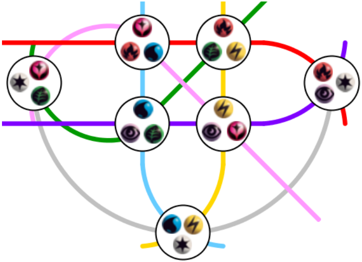


Retour au cas à trois symboles par cartes

Idée générale : Les droites parallèles s'intersectent en un unique point appelé point à l'infini.



$\Longrightarrow$



Bilan : Jeu de **7 cartes** avec **3 symboles par cartes.**
On ne peut pas mieux faire avec nos règles de départ !

1. Présentation du jeu
2. Quelques règles fondamentales
3. Deux symboles par cartes
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. **Quatre symboles par cartes**
7. Jusqu'au vrai Dobble

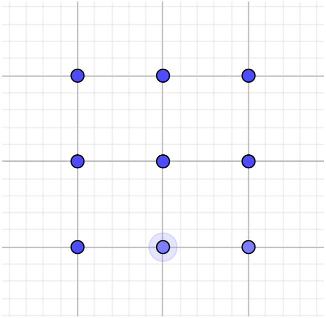
A vous !

Consigne : Construire, en utilisant l'approche géométrique que l'on vient de voir, un jeu de Dobble à **13 cartes** et **4 symboles par cartes.**

A vous !

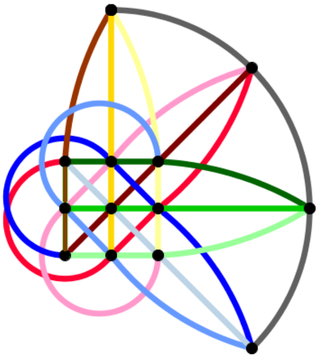
Consigne : Construire, en utilisant l'approche géométrique que l'on vient de voir, un jeu de Dobble à **13 cartes** et **4 symboles par cartes.**

Astuce : On peut travailler sur une grille un peu plus grande :

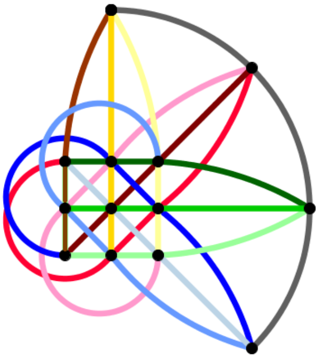


Résultat

Résultat

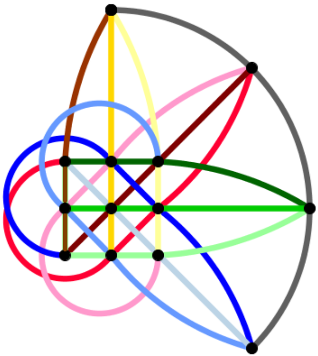


Résultat



Bilan : Dobble à **13 cartes** et **4 symboles par cartes.**

Résultat



Bilan : Dobble à **13 cartes** et **4 symboles par cartes.**

Remarque : Les dessins sont de moins en moins lisible au fur et à mesure que l'on augmente la taille de la grille, et donc le nombre de symboles par cartes.

1. Présentation du jeu
2. Quelques règles fondamentales
3. Deux symboles par cartes
4. Trois symboles par cartes
5. Géométrie finie et géométrie projective
6. Quatre symboles par cartes
7. Jusqu'au vrai Dobble

Bilan :

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\mathrm{card}(\mathcal{C})$	$\mathrm{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\text{card}(\mathcal{C})$	$\text{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Il est assez facile de démontrer les résultats généraux suivants :

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\mathrm{card}(\mathcal{C})$	$\mathrm{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Il est assez facile de démontrer les résultats généraux suivants :

Proposition

Dans un jeu de Dobble où les trois règles du début sont satisfaites, on a toujours

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\text{card}(\mathcal{C})$	$\text{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Il est assez facile de démontrer les résultats généraux suivants :

Proposition

Dans un jeu de Dobble où les trois règles du début sont satisfaites, on a toujours :

1. $N_* \leq N_{S/C}$

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\mathrm{card}(\mathcal{C})$	$\mathrm{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Il est assez facile de démontrer les résultats généraux suivants :

Proposition

Dans un jeu de Dobble où les trois règles du début sont satisfaites, on a toujours :

1. $N_* \leq N_{S/C}$
2. $\mathrm{card}(\mathcal{C}) \leq 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$

Bilan :

$N_{S/C}$	N_*	$\mathrm{card}(\mathcal{C})$	$\mathrm{card}(\mathcal{S})$
2	2	3	3
3	3	7	7
4	4	13	13
8	**8**	**57**	**57**

Il est assez facile de démontrer les résultats généraux suivants :

Proposition

Dans un jeu de Dobble où les trois règles du début sont satisfaites, on a toujours :

1. $N_* \leq N_{S/C}$
2. $\mathrm{card}(\mathcal{C}) \leq 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$
3. $N_* = N_{S/C} \iff \mathrm{card}(\mathcal{C}) = 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1) = \mathrm{card}(\mathcal{S})$

Définition

On dira qu'un jeu de Dobble est maximal si

$$\operatorname{card}(\mathcal{C}) = 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$$

ou de manière équivalente si pour tout symbole $*$

$$N_* = N_{S/C}.$$

Définition

On dira qu'un jeu de Dobble est maximal si

$$\mathrm{card}(\mathcal{C}) = 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$$

ou de manière équivalente si pour tout symbole $*$

$$N_* = N_{S/C}.$$

Exemple : Les jeux à 2,3 et 4 symboles par cartes que nous avons construit sont maximaux !

Définition

On dira qu'un jeu de Dobble est maximal si

$$\mathrm{card}(\mathcal{C}) = 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$$

ou de manière équivalente si pour tout symbole $*$

$$N_* = N_{S/C}.$$

Exemple : Les jeux à 2,3 et 4 symboles par cartes que nous avons construit sont maximaux !

Question

Existe t'il des jeux maximaux pour n'importe quel nombre de symboles par carte ?

Définition

On dira qu'un jeu de Dobble est maximal si

$$\mathrm{card}(\mathcal{C}) = 1 + N_{S/C}(N_{S/C} - 1)$$

ou de manière équivalente si pour tout symbole $*$

$$N_* = N_{S/C}.$$

Exemple : Les jeux à 2,3 et 4 symboles par cartes que nous avons construit sont maximaux !

Question

Existe t'il des jeux maximaux pour n'importe quel nombre de symboles par carte ?

Réponse : Non !

Ordre q	Nombre de symboles par carte / de cartes par symboles	Nombre de symboles / nombre de cartes	Nombre de Dobble (de plan projectifs finis d'ordre q) différents
1	2	3	1
2	3	7	1 (Plan de Fano)
3	4	13	1
4	5	21	1
5	6	31	1 (Dobble junior)
6	7	43	0 (Problème des 36 officiers)
7	8	57	1 (Dobble classique)
8	9	73	1
9	10	91	4 (dont 3 non arguésiens)
10	11	111	0
11	12	133	Au moins 1 (aucun plan non arguésien n'a été découvert)
12	13	157	? (Problème ouvert!)

Conjecture : On peut construire un jeu de Dobble maximal **uniquement** lorsque l'ordre (la taille de la grille) est de la forme $q = p^n$ où p est un nombre premier et n est un entier naturel.

Quelques éléments de réponses

La construction géométrique que nous avons réalisé permet de construire un jeu maximal lorsque la taille de la grille est un nombre premier !

Quelques éléments de réponses

La construction géométrique que nous avons réalisé permet de construire un jeu maximal lorsque la taille de la grille est un nombre premier !

La raison est la suivante : La règle fondamentale

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

est vérifié.

Quelques éléments de réponses

La construction géométrique que nous avons réalisé permet de construire un jeu maximal lorsque la taille de la grille est un nombre premier !

La raison est la suivante : La règle fondamentale

Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

est vérifié.

Or, si la taille de la grille n'est pas un nombre premier... Cela se complique.

Voici un exemple !

Quelques éléments de réponses

La construction géométrique que nous avons réalisé permet de construire un jeu maximal lorsque la taille de la grille est un nombre premier !

La raison est la suivante : La règle fondamentale

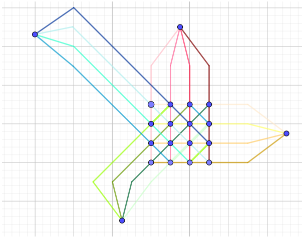
Par deux points distincts passe toujours une seule droite.

est vérifié.

Or, si la taille de la grille n'est pas un nombre premier... Cela se complique.

Voici un exemple !

Mais en fait, cette méthode géométrique nous permet toujours de créer des jeux de Dobble, mais pas forcément maximaux.



Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Il est en fait plus pratique de raisonner seulement « algébriquement » :

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Il est en fait plus pratique de raisonner seulement « algébriquement » :

- Les points sont de la forme (x, y), avec x et y compris entre 0 et $p - 1$;

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Il est en fait plus pratique de raisonner seulement « algébriquement » :

- Les points sont de la forme (x, y), avec x et y compris entre 0 et $p - 1$;
- Les droites sont de la forme $y = ax + b$ ou $x = b$, avec a et b compris entre 0 et $p - 1$;

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Il est en fait plus pratique de raisonner seulement « algébriquement » :

- Les points sont de la forme (x, y), avec x et y compris entre 0 et $p-1$;
- Les droites sont de la forme $y = ax + b$ ou $x = b$, avec a et b compris entre 0 et $p-1$;
- Chaque famille de droites parallèles donne naissance à un point à l'infini, et donc toutes ensembles à une droite à l'infini.

Remarque : Les constructions géométriques deviennent rapidement illisible lorsque la taille de la grille augmente...

Question

Est-il possible de raisonner autrement qu'avec des dessins ?

Réponse : Oui !

Il est en fait plus pratique de raisonner seulement « algébriquement » :

- Les points sont de la forme (x, y), avec x et y compris entre 0 et $p-1$;
- Les droites sont de la forme $y = ax + b$ ou $x = b$, avec a et b compris entre 0 et $p-1$;
- Chaque famille de droites parallèles donne naissance à un point à l'infini, et donc toutes ensembles à une droite à l'infini.

Il n'y a plus qu'à compléter un tableau pour avoir un Dobble à $p+1$ symboles par cartes.

		Les 31 cartes																														
		Points du plan																								Points à l'infini					
		(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(4,0)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(∞,0)	(∞,∞)	(∞,2∞)	(∞,3∞)	(∞,4∞)	(0,∞)
Les 31 symboles	y=0	X					X					X					X					X					X					
	y=1		X					X					X					X					X				X					
	y=2			X					X					X					X					X			X					
	y=3				X					X					X					X					X		X					
	y=4					X					X					X					X					X	X					
	y=x	X						X						X						X						X		X				
	y=x+1		X						X						X						X	X						X				
	y=x+2			X						X						X	X						X					X				
	y=x+3				X						X	X						X						X				X				
	y=x+4					X	X						X						X						X			X				
	y=2x	X							X							X		X							X				X			
	y=2x+1		X							X		X							X							X			X			
	y=2x+2			X							X		X							X		X							X			
	y=2x+3				X		X							X							X		X						X			
	y=2x+4					X		X							X		X							X					X			
	y=3x	X								X			X								X			X						X		
	y=3x+1		X								X			X			X								X					X		
	y=3x+2			X			X								X			X								X				X		
	y=3x+3				X			X								X			X			X								X		
	y=3x+4					X			X			X								X			X							X		
	y=4x	X									X				X				X				X								X	
	y=4x+1		X				X									X				X				X							X	
	y=4x+2			X				X				X									X				X						X	
	y=4x+3				X				X				X				X									X					X	
	y=4x+4					X				X				X				X				X									X	
	x=0	X	X	X	X	X																										X
	x=1						X	X	X	X	X																					X
	x=2											X	X	X	X	X																X
	x=3																X	X	X	X	X											X
	x=4																					X	X	X	X	X						X
	droite à l'infini																										X	X	X	X	X	X

Merci pour votre attention !